

Mathematical operations On Images

Linear and non Linear operations

* كيف أحكم على عملية على أنها عملية Linear أم عملية non-Linear عند تطبيقها على صورة $f(x,y)$

* افترض أن الصورة الأصلية هي $f(x,y)$ والعملية هي H و الصورة الناتجة من تطبيق العملية هي $g(x,y)$ و a_1, a_2 هم ثوابت.

The operation is Linear if homogeneity and additivity are met.

① homogeneity

$$H[a f(x,y)] = a H[f(x,y)]$$

② superposition
additivity

$$H[a_1 f_1(x,y) + a_2 f_2(x,y)] = a_1 H[f_1(x,y)] + a_2 H[f_2(x,y)]$$

Example

assume f_1, f_2 are two sub-images

$a_1 = 1, a_2 = -1$ are two constants

$$f_1 = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \quad f_2 = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

check the Max operation.

$$\begin{aligned} \text{L.H.S} &= \text{Max} \left\{ (1) \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} + (-1) \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \right\} = \text{Max} \left\{ \begin{bmatrix} -6 & -3 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} \right\} = -2 \\ \text{R.H.S} &= (1) \text{Max} \left\{ \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \right\} + (-1) \text{Max} \left\{ \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \right\} \\ &= 3 - 7 = -4 \end{aligned}$$

L.H.S \neq R.H.S, Hence Max is non-Linear.

Arithmetic operations . العمليات الحسابية على الصور

$$\begin{aligned}
 S(x, y) &= f(x, y) + g(x, y) \Rightarrow \text{Addition} \Rightarrow \text{جمع صورتين} \\
 d(x, y) &= f(x, y) - g(x, y) \Rightarrow \text{Subtraction} \Rightarrow \text{طرح صورتين} \\
 p(x, y) &= f(x, y) * g(x, y) \Rightarrow \text{Multiplication} \Rightarrow \text{حاصل ضرب صورتين} \\
 v(x, y) &= f(x, y) \div g(x, y) \Rightarrow \text{Division} \Rightarrow \text{خارج قسمة صورتين}
 \end{aligned}$$

* تطبيقات على جمع صورتين
In Image processing

- Averaging multiple noisy images taken from the same scene, using the same sensor \Rightarrow Reduces noise.

الموصول على المتوسط (يجمع ثم قسم على العدد) المجموعة من الصور بها noise يؤدي إلى تقليل ال noise.

- As the number of averaged images increases, the expected value of the average image approaches the original noise free image.
كلما زاد عدد الصور الداخلة في حساب المتوسط، فإن القيمة المتوقعة للمتوسط تقترب من الصورة الأصلية بدون noise.

ملاحظة: يجب على هذه الطريقة بعض الأسئلة والإجابات
مثال: Street.

Subtraction application in image processing

تطبيقات على طرح الصور

- * Subtracting one image from the other which gives a measure for the difference between the two images.
- طرح صورة من أخرى تعطي مقياس للاختلاف بين الصورتين.

Multiplication application: Masking

تطبيقات على ضرب صوريتين

a mask image : is image with ones for regions of interest and zeros for the rest of image

هو صورة الأماكن المطلوبة نضع فيها قيماً 1 pixel والأماكن غير المطلوبة نضع فيها قيم 0



$$f(x,y) \times M(x,y) = g(x,y)$$

* the mask is multiplied by the original image to get the desired images.

* Conserving the Full Range after arithmetic operations

بعد عملية الجمع قد تكون في الصورة الأولى pixel قيمته $f = 255$ يتم جمعها على pixel أخرى قيمته $f = 255$ وبالتالي سيكون المجموع أكبر من 510 وهذا أكبر من الحد الأقصى للـ gray scale وهو 255. ولذلك نفقد بعملية الـ scaling الكلية.

$$f_m(x,y) = f(x,y) - \text{Min}[f(x,y)]$$

عملية الطرح : قد تكون الصورة الأولى f تتوى على pixels
 قيمتها $f = 0$ ويتم طرح الصورة الناتجة منها وقد
 تكون pixel المتأثرة لل pixel سابقة الذكر الصورة
 الأولى قيمتها $f = 255$ وبالتالي فالقيمة الناتجة
 من عملية الطرح $255 - 255 = 0$ وبالتالي فإن scale
 الجديد بعد عملية الطرح هو $255 \rightarrow -255$ وبالتالي
 تحتاج لعملية scaling كالآتي

$$f_s = L [f_m(x, y) \rightarrow \text{Max}[f_m(x, y)]]$$

↓
255